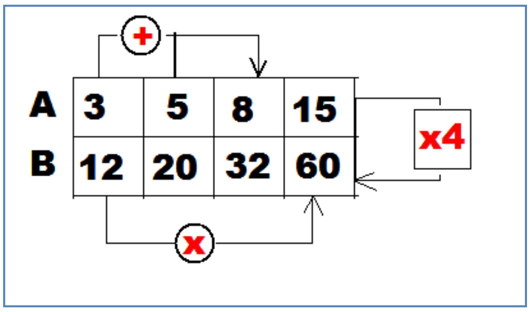
Relations numériques

Table des matières

Proportionnalité, pourcentages

2 Grandeurs, liées par une relation sont dites **proportionnelles** si la seconde varie en proportion de la première.
Autrement dit si la première double, la seconde double aussi,
si la première est divisée par cinq, la seconde est aussi divisée par 5.
Par exemple: le prix du pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées.
Les distances dans la réalité sont proportionnelles aux distances sur une carte à l'échelle.
La hausse du mercure ou de l'alcool dans le thermomètre est proportionnelle à la température.
La circonférence d'un cercle est proportionnelle à son rayon (ou à son diamètre).
Dans chaque cas, il existe une **relation mathématique simple** entre les 2 grandeurs, les 2 nombres.

Un tableau de proportionnalité est un tableau de 2 lignes où la première est occupée par les valeurs d'une grandeur (A) et la deuxième par les valeurs correspondantes de la grandeur proportionnelle (B)



Mais il peut aussi n'exister aucune relation entre 2 grandeurs (par exemple, il n'y a aucune relation mathématique entre le nombre d'enfants d'une famille et son nombre de voitures).
Ou 2 grandeurs peuvent être liées par une relation mathématique sans être proportionnelles (par exemple quand on multiplie par 2 le rayon d'un disque, son aire est multipliée par 4).

Comment savoir que 2 grandeurs A et B sont proportionnelles?

Définition: 2 grandeurs A et B sont proportionnelles si et seulement si il existe un nombre K constant non nul tel que B = A x K ou A = B ÷K. K est appelé "**coefficient de proportionnalité**".

Dans le tableau on voit en effet que
- Quelle que soit la valeur de A, on obtient la valeur correspondante de B en multipliant A par 4.
- Quelle que soit la valeur de B, on obtient la valeur correspondante de A en divisant B par 4.

4 est le coefficient de proportionnalité entre A et B.

Propriétés de la proportionnalité Quand A et B sont 2 grandeurs proportionnelles
si on note B(A) la valeur de B qui correspond à A (par exemple B(3)=12) on voit que
Si n est un nombre tel que n X A existe dans la ligne de A , **B(n X A) = n X B(A)** dans la ligne de B
→ Par exemple B(5x3)= B(15) =60 = 5XB(3) = 5X12 = 60
Autrement dit, si on multiplie (ou divise) A par 5, on multiplie (ou divise) B(A) par 5.
Si A_1 et A_2 sont 2 valeurs différentes de A : **$B(A_1 + A_2) = B(A_1)+B(A_2)$**
→Par exemple B(5+3)=B(8) =32 **=** B(3)+B(5)=12+20=32
Autrement dit, si on ajoute B pour A =5 et B pour A =3 on va trouver B pour A = 5 + 3

Règle de trois

Dans toutes les situations où 2 grandeurs sont proportionnelles et où on connait 3 valeurs du tableau de proportionnalité sur 4, pour trouver la 4^e valeur, il faut multiplier les 2 valeurs connues qui sont en diagonale et diviser le résultat par la 3^e valeur connue.

3	8
6	?

?	6
8	3

8	?
3	6

6	3
?	8

Dans tous ces tableaux de proportionnalité (diagonale connue en jaune)
on a $? = \frac{6 \times 8}{3} = 16$

Supposons que le problème soit le suivant: "3 gâteaux coûtent 6 euros, combien coûtent 8 gâteaux?"
On connait les nombres de gâteaux 3 et 8 et le prix de 3 gâteaux. Le ? est le prix de 8 gâteaux.

3	8
6	?

Soit on construit le tableau de proportionnalité avec sa case manquante et on applique la règle de la diagonale.
Soit on raisonne ainsi : 3 gâteaux coûtent 6 euros donc un gâteau coute $\frac{6}{3}$ = 2 € et 8 gâteaux coutent 8 fois plus donc 8 gâteaux coutent 8 x 2 = 16 €. C'est **le passage par l'unité** (prix de 1 gâteau).

Pourcentages

On a vu qu'un pourcentage (25%) c'était une fraction ($\frac{25}{100}$) ou un nombre décimal (0,25). Et que pour calculer une fraction (un pourcentage) d'une quantité il fallait multiplier la quantité par la fraction (le pourcentage) ou par le nombre décimal équivalent. Si on suppose que la TVA est égale à 25% du prix hors taxes (HT) on a le tableau suivant:

Prix HT	100	16	1000	116	↓ x 0,25
TVA	25	4	250	29	

C'est un tableau de proportionnalité. TVA =0,25 x HT
Le coefficient de proportionnalité est 0,25 ou 25%.

Organiser et présenter des données en relation

Dans un tableau, une rangée <u>horizontale</u> de cases s'appelle **une ligne**, une rangée <u>verticale</u> de cases s'appelle **une colonne**.

Tableau à simple entrée

Elève	Emma	Igor	Jean	Marie	Paula
Livres	12	10	15	18	11

Permet d'associer à l'entrée (ici un élève) une donnée (ici le nombre de livres lus dans l'année)

La donnée n'est pas forcément un nombre, il pourrait s'agir d'une ville, d'une couleur de cheveux, ou autre...

Série statistique double

Prix HT	100	16	1000	116
TVA	25	4	250	29

Permet d'associer 2 grandeurs numériques, à priori liées par une relation (ici TVA=0,25xHT)

Ici les données sont des nombres représentant 2 grandeurs liées l'une à l'autre ou qui semblent liées.

Tableau à double entrée

	Emma	Igor	Jean	Marie	Paula
Français	10	12	12	16	15
Maths	15	11	17	13	9
Hist -Géo	15	16	12	9	12
Sport	10	12	9	11	17
Musique	18	9	14	17	12

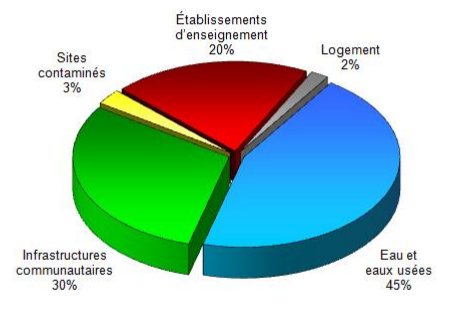
Permet d'associer plusieurs données (ici les notes par matière) à l'entrée (ici l'élève).

La note d'un élève pour une matière se lit à l'intersection de la ligne de la matière et de la colonne de l'élève.
Note de Math de Jean = 17.

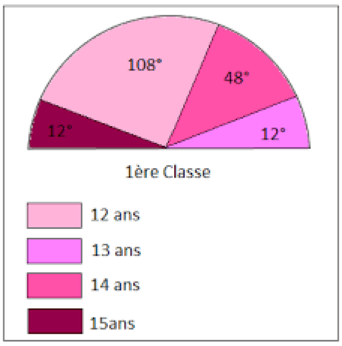
De ce tableau on peut déduire d'autres informations, par exemple la moyenne de chaque élève.
Les données ne sont pas forcément des nombres, mais dans une table de calcul les deux entrées sont des nombres et les données sont des nombres calculés à partir des 2 entrées (d = A x B par exemple).

Diagrammes

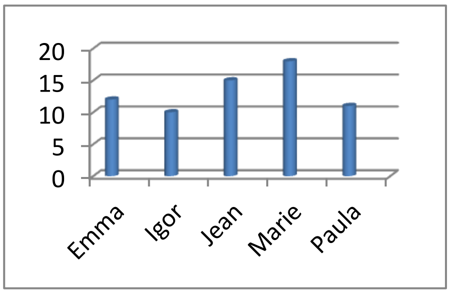
Pour représenter l'importance de chaque entrée par rapport au total des données numériques d'un tableau à simple entrée, on utilise un **diagramme circulaire** (camembert) ou **semi – circulaire**.
La contribution de chaque entrée au total des données est souvent donnée en % du total.
Pour comparer les données attribuées à chaque entrée on utilise un **diagramme à barres**.



Parts de chaque poste dans un budget



Répartition des âges dans une classe d'enfants



Livres lus dans l'année par les élèves d'une classe

Pour visualiser l'évolution d'une donnée dans le temps ou le type de relation mathématique qui lie les 2 grandeurs d'une série double, on utilise le **diagramme cartésien**.

Un diagramme cartésien montre comment une grandeur numérique B varie en fonction d'une autre grandeur numérique A (qui peut être une date ou autre chose).
La grandeur A représentée sur un axe horizontal augmente de gauche à droite et la grandeur B rapportée à un axe vertical augmente (vers le haut) ou diminue (vers le bas) en fonction de A.
Ici on voit que B augmente de 20 à environ 38 quand A augmente de 0 à 5. Puis quand A continue d'augmenter, B diminue jusqu'à égaler 10 quand A est égal à 10.
Pour obtenir cet effet, il suffit d'associer la valeur de A et la valeur de B correspondante par un point du graphique situé à l'intersection de la verticale de la valeur de A sur l'axe horizontal et de l'horizontale de la valeur de B sur l'axe vertical.
On dit que B varie en fonction de A. B(3)=35 signifie que pour A =3, B=35..
On dit que les coordonnées d'un point du graphique sont les valeurs de A et de B(A) correspondantes. Notez sur notre graphique le point (A=3,B=35) et le point (A=9,B=15)