Vecteurs et repères

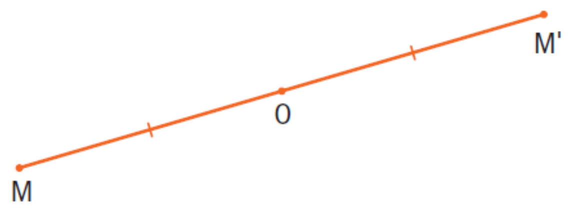
Table des matières

Prérequis

Symétrie centrale

Définition

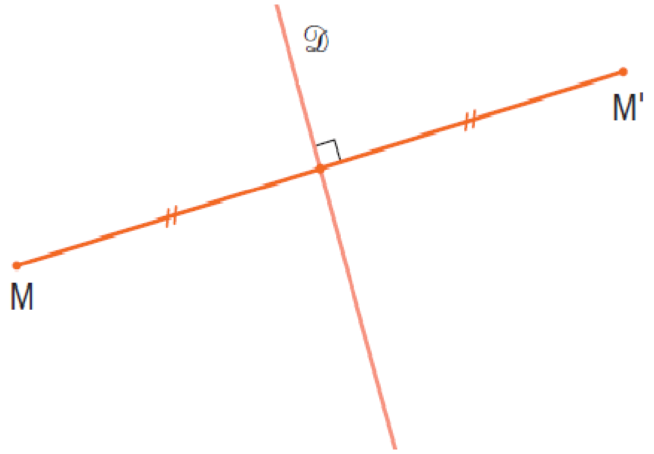
Soit O un point du plan. La symétrie centrale de centre O est la transformation du plan qui associe à tout point M du plan, le point M' tel que O soit le milieu de [MM'].



Symétrie axiale

Définition

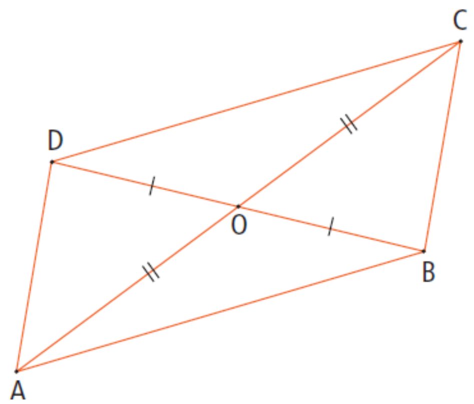
Soit $\mathcal{D}$ une droite du plan. La symétrie axiale d'axe $\mathcal{D}$ est la transformation du plan qui associe à tout point M du plan, le point M' tel que la droite $\mathcal{D}$ soit la médiatrice de [MM'].



Parallélogramme

Se souvenir

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme si ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en un point O milieu de ces deux segments.



Propriétés

- **Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.**
- **Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.**
- **Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.**

Définition d'un vecteur et égalité de vecteurs

Définition du vecteur

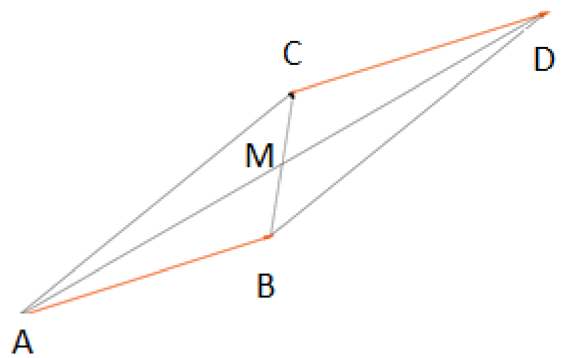
Le vecteur est un objet, un concept mathématique comme le nombre, doté de 3 caractéristiques fondamentales :
■ **Un sens** ■ **Une direction** ■ **Une longueur** encore appelée "**norme"**
A et B étant 2 points quelconques d'un espace de points, le vecteur noté $\overrightarrow{AB}$ a pour origine A, pour extrémité B, sons sens est de A vers B, sa direction est la droite (AB) ou toute droite parallèle à (AB), sa norme (notée $||\overrightarrow{AB}||$) est la longueur AB.

On ne confondra pas

La droite (AB)
Le segment [AB]
La longueur AB
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$

A tout couple de points de l'espace de points correspond un vecteur généralement différent de $\overrightarrow{AB}$.
L'ensemble de ces vecteurs forme un espace vectoriel.
Au sein de cet espace les vecteurs peuvent être additionnés ou soustraits, multipliés par un nombre qu'on appelle "scalaire", transformés en un autre vecteur par une application ….
Les vecteurs, dotés de leurs règles opératoires, sont très utiles notamment en physique.
Nous allons nous intéresser aux propriétés des vecteurs et à quelques règles opératoires au sein des espaces vectoriels.

Egalité de vecteurs: 3 définitions équivalentes.



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
Si et seulement si
ABDC est un parallélogramme

Notez qu'il faut dire AB**DC** et non AB**CD** pour que les vecteurs aient le même sens.
ABCD st un quadrilatère croisé et non un parallélogramme.
Si ABCD sont alignés le parallélogramme est aplati.

2 vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux quand ils ont
■ **même direction** → (AB) // (CD) ou (AB) = (CD)
■ **même sens**
■ **même norme** (même longueur)

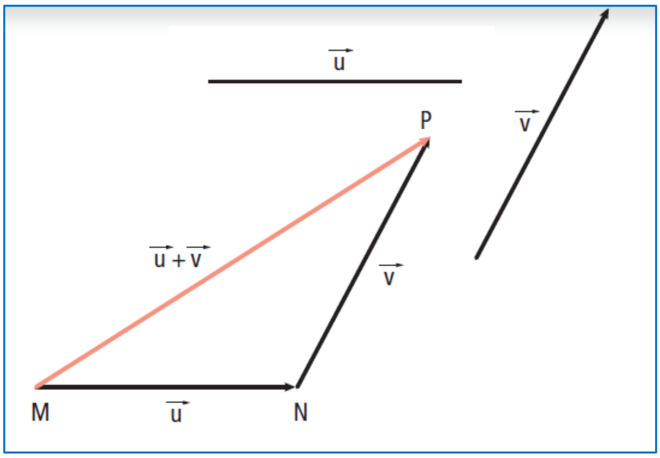
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
Si et seulement si
[AD] et [BC] ont même milieu M

[AD] et [BC] sont les diagonales de ABDC

Le vecteur modèle $\vec{U}$	Soit un vecteur $\overrightarrow{AB}$, il existe une infinité de couples de points (C,D) tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. On donne un nom, par exemple $\vec{U}$ au modèle de ces vecteurs. Et on dit que $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et tous les vecteurs égaux à $\vec{U}$ sont des représentations du vecteur $\vec{U}$. Un vecteur différent de $\vec{U}$ sera désigné par une autre lettre, par exemple $\vec{V}$.
Propriété 1	Si A,B,C sont 3 points du plan, il existe un point unique D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$
Propriété 2	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ si et seulement si B et C sont confondus
Propriété 3	M est le milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$
Translation (Définition)	Soit un vecteur $\vec{u}$ quelconque (et à priori non nul) . Quel que soit le point M il existe un point unique M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$. La transformation qui à tout point M fait correspondre un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ est appelée **translation de vecteur $\vec{u}$**. Notée T_u. On dit que M' est l'image de M par T_u ou le translaté de M par T_u Ce qu'on écrit M'= T_u(M). Au même titre qu'une symétrie, une translation est une application qui transforme un point en un autre point. On dit que c'est une transformation.

Somme de 2 vecteurs

Somme de deux vecteurs



Pour construire la somme de $\vec{u}$ et de $\vec{v}$.

Il faut déplacer les vecteurs et les mettre bout à bout, de telle sorte que l'extrémité de $\vec{u}$ coïncide avec l'origine de $\vec{v}$.

Ici $\vec{u}$ devient $\overrightarrow{MN}$ et $\vec{v}$ devient $\overrightarrow{NP}$.

Puis on définit la somme $\vec{u}+\vec{v}$ comme le vecteur qui a pour origine M l'origine de $\vec{u}$ et pour extrémité P l'extrémité de $\vec{v}$.

Sur notre dessin on a donc $\vec{u}+\vec{v} = \overrightarrow{MP}$

On peut donner un nom à la somme, par exemple $\vec{s}=\vec{u}+\vec{v} = \overrightarrow{MP}$. **Propriété :** $\vec{u}+\vec{v} = \vec{v}+\vec{u}$

Règle de Chasles

De ce qui précède on déduit que …

Quels que soient les points A, B et C

On peut écrire

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ (on insère C entre A et B)

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ (on insère B entre A et C)

$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$, etc.

Avec plus de 3 points, par exemple A, B, C, D, E

On peut écrire

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{A.}+\overrightarrow{.:}+\overrightarrow{.:}+\overrightarrow{.E}$

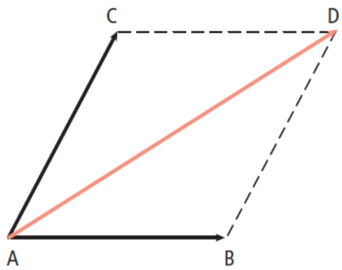
Il suffit que la première origine soit A, la dernière extrémité E et on peut remplacer les points par B,C,D à condition que l'extrémité d'un vecteur soit l'origine du vecteur suivant.

Par exemple $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}$

Règle du parallélogramme

Pour faire la somme de 2 vecteurs qui ont une origine commune comme ici $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Il suffit de terminer le parallélogramme ABDC et le vecteur construit sur la diagonale AD est la somme cherchée: soit $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$



En effet d'après Chasles

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

Et comme $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ par construction…

On a bien

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

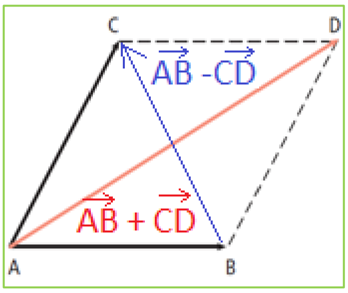
Vecteurs opposés.

On a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$ donc on peut définir $\overrightarrow{BA}$ comme l'opposé de $\overrightarrow{AB}$ et écrire $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

L'opposé d'un vecteur est un vecteur qui a même direction, même norme mais un sens opposé.

Tout vecteur a un opposé.

On peut donc définir la **différence de 2 vecteurs** $\vec{u}-\vec{v}$ comme la somme $\vec{u}$ + (opposé de $\vec{v}$) = $\vec{u}+(-\vec{v})$



Dans un parallélogramme les "vecteurs diagonales" représentent l'un la somme et l'autre la différence des "vecteurs côtés". On a vu que …

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

On a aussi $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (Chasles) et donc $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BC}$

Ou $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Propriété : Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ **et** $\vec{w}$,

a) $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$;

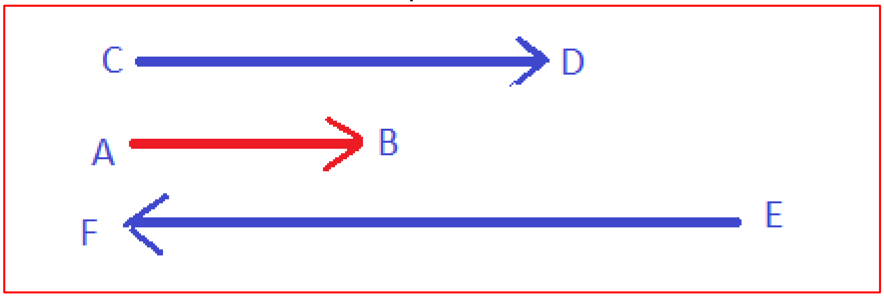
b) $\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$;

c) $-(-\vec{u})=\vec{u}$

d) $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{u}+\vec{w})$

Multiplication d'un vecteur par un nombre réel (appelé scalaire)

Soit k un nombre réel. Le vecteur k $\vec{V}$ a …
Pour direction la direction de $\vec{V}$
Pour longueur k fois la longueur de $\vec{V}$
Pour sens le sens de $\vec{V}$ si k est positif, le sens inverse de $\vec{V}$ si k est négatif



Par exemple ici on a

$\overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{EF} = -3\,\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{DC} = -1{,}5\,\overrightarrow{CD}$

$\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{3}\,\overrightarrow{EF}$

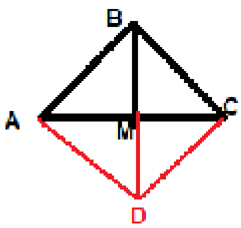
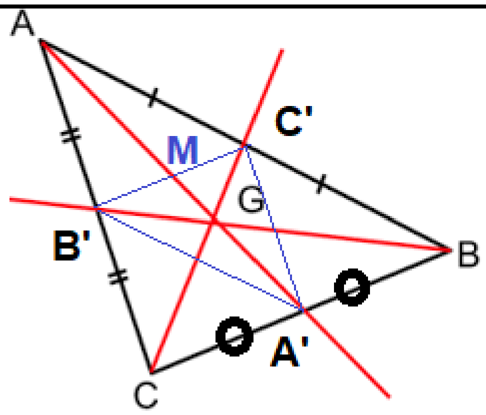
Colinéarité

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{EF}$ ci-dessus sont dits **colinéaires** car ils ont la même direction (les droites qui les supportent sont parallèles).

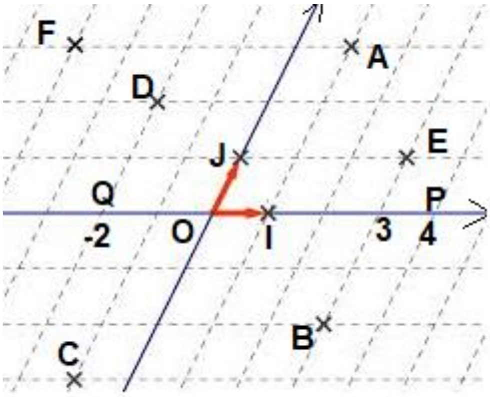
Propriété : Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et tous réels k, k'

a) $k\,.\,(\vec{u} + \vec{v}) = k\,.\,\vec{u} + k\,.\,\vec{v}$; **b)** $(k + k')\,.\,\vec{u} = k\,.\,\vec{u} + k'\,.\,\vec{u}$

c) $k\,.\left(k'\,.\,\vec{u}\right) = (kk')\,.\,\vec{u}$

THEOREME	2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel k non nul tel que $\vec{u} = k\,\vec{v}$ ou $\vec{v} = k\,\vec{u}$	
Propriété parallèles	Les droites (AB) et (CD) sont parallèles (ou confondues) si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires	
Propriété alignés	3 points A, B, C sont alignés si et seulement si 2 *quelconques des vecteurs* $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires	
Propriété milieu	M est le milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{MB}$ ou $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$	
Lien entre "vecteurs côtés" et "vecteur médiane" de même origine		Soit ABC un triangle quelconque, BM sa médiane issue de B. Il suffit de terminer le parallélogramme ABCD et on a $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ et comme $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BM}$ on a **$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM}$** La somme de 2 "vecteurs côtés" est égale à 2 fois le "vecteur médiane" de même origine.
Propriété Centre de Gravité d'un triangle		Les 3 médianes de (ABC) se coupent en G. D'après Thales le triangle (A'B'C') est semblable à (ABC) dans le rapport ½. A'M est sa médiane et G son centre de gravité. Donc $\overrightarrow{MG} = ½\,\overrightarrow{GA'}$ et $\overrightarrow{AM} = ½\,\overrightarrow{AA'}$ De $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MG}$ on déduit ½ $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GA}$ **Le centre de gravité G se trouve aux 2/3 de la médiane à partir du sommet.** On démontrera que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$

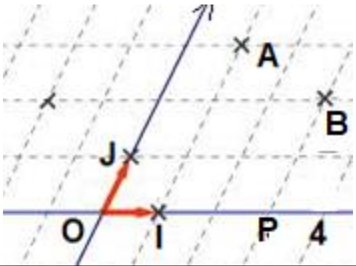
Les vecteurs dans un plan muni d'un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$)



O est **l'origine du repère.**
$\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont des **vecteurs unitaires** <u>non colinéaires</u>

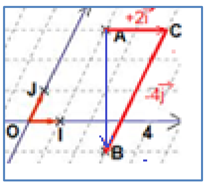
Soit les points I et J tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$
Lorsqu'on oriente les droites (OI) et (OJ) dans le sens de leur vecteur unitaire, elles deviennent des axes que l'on peut graduer en disant que, si on appelle $\vec{u}$ le vecteur unitaire porté par l'axe, au point P de l'axe tel que $\overrightarrow{OP} = k\vec{u}$ correspond la graduation k.
Sur notre dessin, aux intersections des axes avec le quadrillage correspondent les graduations –2, –1, 0 , +1 , +2 , +3 , +4, +5 etc ..
A la graduation 4 de l'axe des x correspond un point P tel que $\overrightarrow{OP} = 4\vec{i}$, à la graduation –2 un point Q tel que $\overrightarrow{OQ} = -2\vec{i}$.
Par ce procédé à chaque point d'un axe correspond un nombre qu'on appelle "**abscisse du point**".
Retenons que **Si k est l'abscisse du point P sur un axe $\overrightarrow{OP} = k\vec{i}$ ou $\overrightarrow{OP} = k\vec{j}$ selon l'axe considéré**.
Dans "**vecteur unitaire**", "**unitaire**" signifie donc "**marquant l'unité**" (la graduation 1) sur l'axe considéré.
Mais la norme du vecteur unitaire n'est pas forcément 1si la graduation est arbitraire.

Coordonnées d'un point du plan



A partir du point O pour rejoindre un point du plan, on peut toujours suivre 2 chemins consécutifs parallèles aux axes. Par exemple sur notre figure, pour rejoindre B à partir de O, on va suivre le chemin de O à P sur l'axe des x puis le chemin de P à B parallèle à l'axe des y.
On en déduit que $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PB} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.
Un cheminement semblable est possible quel que soit le point du plan à atteindre.

THEOREME Et DEFINITION	Pour tout point P du plan rapporté au repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), il existe deux nombres réels uniques X_P et Y_P tels que $\overrightarrow{OP} = X_P\,\vec{i} + Y_P\,\vec{j}$. X_P et Y_P sont les coordonnées de P. Plus précisément X_P est l'abscisse de P et Y_P son ordonnée. Ce que l'on note P(X_P;Y_P) par exemple B(3;2), 3 étant l'abscisse et 2 l'ordonnée. Soient 2 points P et Q, si $X_P=X_Q$ et $Y_P=Y_Q$ alors P et Q sont confondus
Coordonnées du milieu	Soient A(X_A,Y_A) et B(X_B,Y_B) et M le milieu de [AB] Alors M($\frac{X_A+X_B}{2}$;$\frac{Y_A+Y_B}{2}$) Coordonnées du milieu = moyenne des coordonnées.



Coordonnées d'un vecteur du plan

Soit un vecteur $\overrightarrow{AB}$ du plan. A partir du point A pour rejoindre le point B il existe deux chemins consécutifs parallèles aux axes. Sur notre figure $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$.

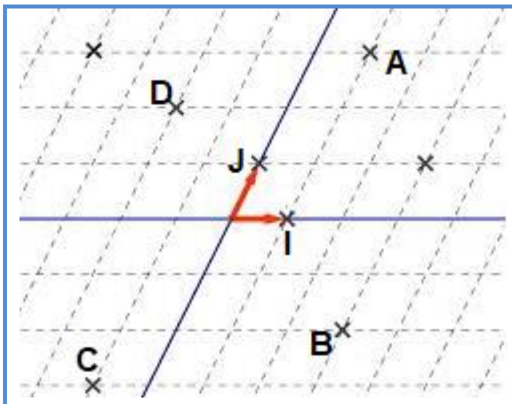
THEOREME et DEFINITION	Pour tout vecteur $\vec{u}$ du plan rapporté au repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), il existe deux nombres réels uniques $\mathbf{X_u}$ et $\mathbf{Y_u}$ tels que $\boldsymbol{\vec{u} = X_u\,\vec{i} + Y_u\,\vec{j}}$. X_u et Y_u sont les coordonnées de $\vec{u}$. Ce que l'on note $\vec{u}$(X_u;Y_u) par exemple $\overrightarrow{AB}$(2 ; –4) Soient 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ si $X_u=X_v$ et $Y_u=Yv$ alors $\vec{u} = \vec{v}$

Un vecteur (0,Y) est un vecteur parallèle à l'axe des y. Un vecteur (X,0) est parallèle à l'axe des x.

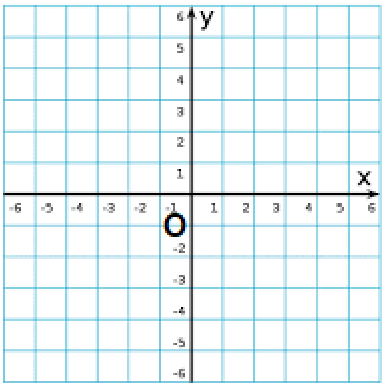
Des points aux vecteurs	Quand on connait les coordonnées des points A et B on peut calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ Soit 2 points **A(X_A,Y_A)** et **B(X_B,Y_B)** alors $\boldsymbol{\overrightarrow{AB}}$ **(X_B-X_A ; Y_B-Y_A)**

Coordonnées de $\vec{s} = \vec{u} + \vec{v}$	**$\vec{s}$ ($X_u + X_v$; $Y_u + Y_v$)**
Coordonnées de $K\vec{u}$	**$K\vec{u}$(KX_u ; KY_v)** en particulier pour l'opposé d'un vecteur **$-\vec{u}$ ($-X_u$; $-Y_u$)**
Colinéarité de $\vec{u}$ et $\vec{v}$	Colinéarité = proportionnalité des coordonnées : $\frac{X_u}{X_v} = \frac{Y_u}{Y_v}$ OU **$X_u.Y_v = X_v.Y_u$**

Repère quelconque, repère orthonormé



Repère quelconque

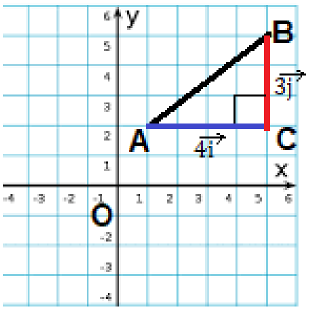


Repère orthonormé

Dans un repère quelconque les vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ doivent ne pas être colinéaires mais leurs directions ne sont pas forcément perpendiculaires. Les vecteurs unitaires marquent le 1 sur leur axe mais leur norme peut être différentes sur les deux axes si bien que l'écart des graduations sur l'axe des x peut être différent de l'écart des graduations sur l'axe des y.
Deux vecteurs quelconques du plan, pourvu qu'ils ne soient pas colinéaires peuvent jouer le rôle de vecteurs unitaires dans un repère.

Tout ce que nous avons vu jusques là est vrai dans un repère quelconque ou dans un repère orthonormé.
Par exemple dans le repère quelconque les coordonnées des points sont A(1,3), B(3;–2), C(–1;–3), D(–4;3)
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\overrightarrow{AB}$ (3–1 ; –2 –3) soit $\overrightarrow{AB}$ (2 ; –5)
Les coordonnées du milieu de [AB] sont ($\frac{1+3}{2}$; $\frac{3-2}{2}$) soit (2 ; $\frac{1}{2}$)

Dans un repère orthonormé, les directions des vecteurs unitaires sont perpendiculaires (on dit aussi "orthogonales", symbole ⊥) et la norme des vecteurs unitaires est la même et égale à 1. **$\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = 1$.**
Lorsque le plan est muni d'un repère quelconque, on ne peut pas lier mesure dans le plan et coordonnées puisque la mesure du 1 est différente sur les deux axes. Quelle unité adopter pour mesurer par exemple AB?
Par contre dans un repère orthonormé un vecteur K$\vec{\imath}$ mesure |K| (valeur absolue de K), un vecteur –3 $\vec{\jmath}$ mesure 3 par exemple, et on peut utiliser cette propriété pour mesurer la longueur AB d'un segment du plan.



En effet , si un vecteur par exemple $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (4,3), cela signifie que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ avec $\overrightarrow{AC} = 4\vec{\imath}$ et $\overrightarrow{CB} = 3\vec{\jmath}$ et donc AC=4, CB=3 et (AC)⊥ (CB)
En d'autres termes AB est la diagonale d'un triangle rectangle ACB dont les côtés de l'angle droit mesurent AC = 4 et CB = 3 .
Pour calculer AB il suffit d'utiliser Pythagore AB = $\sqrt{3^2+4^2}$ =$\sqrt{25}$ = 5
Plus généralement …

Si $\vec{U}$ a pour coordonnées (X_u ; Y_u) alors $\|\vec{U}\| = \sqrt{X_u^2 + Y_u^2}$
Il suffit donc de connaître les coordonnées de 2 points pour calculer leur distance.

—

Soient 2 points A(Xa;Ya) et B(Xb;Yb)

Le milieu de AB a pour coordonnées $\left(\frac{Xa+Xb}{2};\frac{Ya+Yb}{2}\right)$

le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (Xb-Xa ;Yb-Ya)

Soit le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées (Xab; Yab)
AB=$\|\overrightarrow{AB}\|$=$\sqrt{(Xab)^2+(Yab)^2}$

Soient 2 vecteurs $\vec{u}$ (Xu; Yu) $\vec{v}$ (Xv; Yv)

Le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées (Xu+Xv ; Yu+Yv)

Soit k un nombre réel.
Le vecteur k$\vec{u}$ a pour coordonnées (K.Xu ; K.Yu)

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires (supports parallèles) si et seulement si leurs coordonnées sont proportionnelles
$\frac{Xu}{Xv} = \frac{Yu}{Yv}$ ou Xu.Yv=Yu.Xv

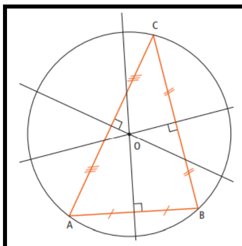
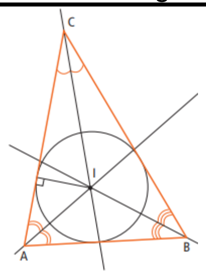
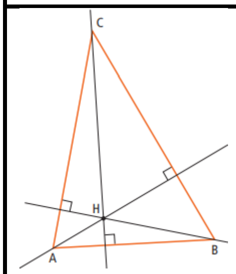
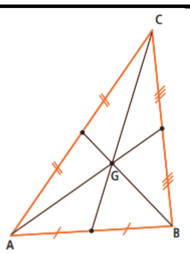
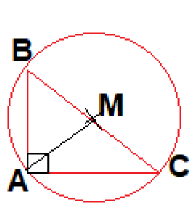
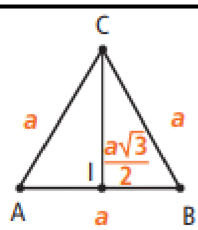
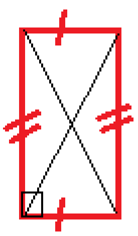
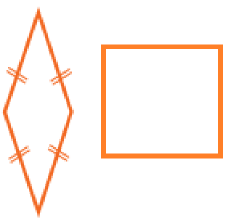
Applications du cours sur les vecteurs et repères

Elles sont nombreuses pour n'en citer que quelques-unes:

Certains points étant connus, certaines égalités étant fixées, …
- ■ Construire d'autres points liés aux points connus par des expressions vectorielles
- ■ Démontrer que 2 droites passant par ces points sont parallèles (ou 2 vecteurs colinéaires)
- ■ Démontrer qu'un point est situé au milieu, au tiers au quart d'un segment donné.
- ■ Démontrer que 3 points sont alignés.
- ■ Exprimer un vecteur en fonction de 2 autres dans une construction géométrique.
- ■ Déterminer le centre de gravité d'un triangle connaissant les coordonnées de ses sommets.
- ■ Démontrer certaines propriétés vectorielles liées au centre de gravité d'un triangle.
- ■ Déterminer les coordonnées de points définis par des propriétés géométriques dans une figure
- ■ Montrer qu'une figure dont les sommets sont des points connus est un parallélogramme, un triangle rectangle, un triangle isocèle, etc.
- ■ Montrer que plusieurs points appartiennent à un cercle de centre connu.
- ■ Montrer que si M est le milieu de AB pour tout point P on a $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PM}$

…

Ce cours est l'occasion de se souvenir de certaines propriétés des figures planes:

	La médiatrice d'un segment [AB] est le lieu des points équidistants de A et de B. Dans un triangle (ABC) le point d'intersection des médiatrices est à égale distance de A,B,C. C'est le centre du cercle circonscrit.		La bissectrice d'un angle est le lieu des points équidistants de ses 2 côtés. Dans un triangle (ABC), leur lieu d'intersection est à égale distance de AB, AC, CB. C'est le centre du cercle inscrit.
	Le point H d'intersection des hauteurs d'un triangle s'appelle l'orthocentre. Si par chaque sommet on trace une parallèle au côté opposé, on obtient un triangle plus grand dont H est le centre du cercle circonscrit.		Le point d'intersection des médianes de (ABC) est son centre de gravité G. G se trouve aux 2/3 de chaque médiane à partir du sommet.
	Soit un triangle(ABC) rectangle en A. M le milieu de BC est tel que MA=MB=MC (M centre du cercle circonscrit). $BC^2 = AB^2 + AC^2$.		Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est en même temps, bissectrice, médiatrice, médiane. Dans un triangle équilatéral c'est le cas de toutes les hauteurs.
	On peut définir un rectangle Comme ■ un quadrilatère ayant 4 angles droits. ■un parallélogramme ayant ses 2 diagonales égales ■ un parallélogramme ayant un angle droit.		Carré et losange sont des quadrilatères ayant leurs 4 côtés égaux. Leurs diagonales se coupent à angle droit. De plus, le carré a 4 angles droits et ses diagonales sont de longueur égale.
Pour calculer une longueur.	■ Thales ■ Distance de 2 points dans un repère Dans un triangle rectangle: ■ Pythagore ■ utilisation de sinus et cosinus	Pour calculer un angle.	■ Propriétés des angles formés par 2 parallèles coupées par une sécante. ■ Propriétés des angles inscrits et au centre dans un cercle. ■ somme des angles d'un triangle = 180°