Le moindre anchois

Le corps du délit :

OUEST	EST
♠AR1098	♠ 7654
♥ 109	♥ ARD
♦ DV6	♦ AR9
♣ 1098	♣765

Est a ouvert de 1SA et il joue le contrat de 4 piques.
Les adversaires encaissent les 3 premières levées à trèfle, NORD montrant ♣ **A32** et SUD ♣ **RD4**.
Puis NORD ressort du ♦**2,** SUD fournissant le ♦**3**.
Sur l'as de pique, le 2 apparaît en SUD et **le valet en NORD**.

Le déclarant rejoint sa main grâce à l'as de cœur (NORD fournissant le 2 et SUD le 3) Puis il présente le ♠**5** SUD fournissant le ♠**3.**
Arrêt sur image.
La situation des flancs (cartes vues / cartes cachées) est la suivante

NORD	♣2	♣3	♣A	♦2	♠V	♥2	?
SUD	♣R	♣D	♣4	♦3	♠2	♥3	♠3

Le problème du déclarant est simple : faut - il passer le ♠**R** en espérant qu'initialement les piques adverses étaient équitablement répartis **(**♠**DV** en NORD et ♠**32** en SUD) ou faut - il passer le ♠**10** pour une impasse en espérant que le partage initial était ♠**V** sec en NORD et ♠**D32** en SUD ?
Les théoriciens du bridge ont depuis longtemps résolu cette question en préconisant de passer le 10 en raison du principe du moindre choix.
La théorie du moindre choix a été popularisée par un anglais, Terence Reese, mais auparavant un mathématicien français, Emile Borel, avait posé les fondements de cette loi en appliquant la loi de BAYES aux situations de bridge. À ma connaissance, c'est lui qui le premier a prétendu qu'il fallait prendre en compte le mode de fourniture des joueurs pour calculer une probabilité dite « psychologique », plus pertinente, selon lui, que la probabilité « mathématique » dans de nombreuses situations. Voici, pour commencer un portrait de notre héros national, emprunté au site Internet de l'excellente librairie et maison d'édition « Jacques Gabay » à Paris.

Émile Borel (7 janvier 1871 [Saint-Affrique, Aveyron] - 3 février 1956 [Paris])

Émile Borel est né le 7 janvier 1881 dans le village de Saint-Affrique, dans l'Aveyron. Enfant prodige, passionné par les mathématiques, il reçoit une bourse pour le lycée Louis-le-Grand, et à 18 ans, il est reçu 1er au Concours Général, à l'Ecole Polytechnique, et à l'Ecole Normale Supérieure. En accord avec son père, il opte pour cette dernière, car l'argent et les mondanités l'intéressent moins que la recherche. Plus tard, il épouse la fille du grand mathématicien Appell, qui se fit connaitre, sous le pseudonyme de Camille Marbo, pour ses romans.
Avant même d'avoir soutenu sa thèse, il est nommé à 22 ans maître de conférences à Lille, puis à 26 ans à l'Ecole Normale Supérieure : il ne devait alors plus quitter Paris. Emile Borel est un mathématicien constructiviste, et, avec Baire et Lebesgue, il est le fondateur de la théorie de la mesure et de l'étude moderne des fonctions. Il entreprend d'ailleurs une *Collection de monographies sur la théorie des fonctions* qui comprend 50 volumes, dont 10 rédigés par lui-même. Borel est aussi le premier à entreprendre une étude systématique des séries divergentes. Après la Première Guerre Mondiale, Borel obtient la chaire de Calcul des Probabilités, et il consacre son énergie à développer ce domaine et ses liens avec la physique mathématique.

D'ailleurs, il est pour beaucoup dans la création de l'Institut Henri Poincaré, en 1928, consacré justement à ces deux disciplines. Parallèlement à sa carrière scientifique, Borel reçoit de nombreux honneurs, dont les plus importants sont son élection à l'Académie des Sciences en 1921, et la médaille d'or du CNRS qu'il est le premier à recevoir en 1955.
S'il n'aimait pas les mondanités, Borel, curieux dans tous les domaines, n'en fréquentait pas moins les intellectuels de l'époque, comme le poète Paul Valéry, ou le Président de la République Paul Painlevé. A la guerre 1914-1918, il insiste pour être envoyé au front, et son action courageuse lui vaut la Croix de Guerre. Son amitié avec Painlevé le conduit à s'engager en politique : à compter de 1924, il est pendant 12 ans député de l'Aveyron, et même quelques mois ministre de la marine. En 1941, il est emprisonné un mois par les Allemands, comme 4 autres membres de l'Académie des Sciences. Il ne se remettra jamais totalement de cette épreuve. Il décède le 3 février 1956 à Paris.

Emile Borel a publié en 1940 une « Théorie mathématique du bridge à la portée de tous » en collaboration avec un bridgeur qui s'appelait André Chéron. C'est de cet ouvrage que nous tirons nos sources.

Est	♠2	♠5	♥R
Ouest	♠3	♠4	♥V

Le problème étudié par Borel est le suivant :
On dispose de 6 cartes : RV d'une couleur (♥) et 2, 3, 4, 5 d'une autre couleur (♠). On les distribue de façon aléatoire : 3 à Est – 3 à Ouest
La probabilité de trouver RV rassemblés dans une même main est **40%**. La probabilité de trouver RV dans la main d'Est est **20%**. La probabilité de trouver le R dans une main et le V dans l'autre est **60%**.

Le déclarant joue ♠, Est – Ouest fournissent. Les probabilités sont – elles modifiées ? Borel examine successivement 3 hypothèses :

1. Est et Ouest jettent indifféremment leurs piques, au hasard
2. Est et Ouest jettent toujours la plus faible carte qu'ils possèdent
3. Est et Ouest jettent toujours la plus faible carte, sauf si leur deux plus basses cartes se suivent : dans ce cas ils jettent indifféremment l'une ou l'autre.

Cas 1

Est a joué le ♠2 et Ouest le ♠3. Ces cartes sont aléatoires.
Du point de vue des mains possibles Est ne pouvait avoir en début de coup que
245 24V 24R 25V 25R 2**RV**
Donc la probabilité pour qu'il ait RV est passée de **20%** à 1/6 soit **16,7%.**
Du point de vue des fournitures possibles, laissons le micro à Borel :
« La faute de raisonnement (de l'évaluation précédente) provient de ce qu'on tient seulement compte de la probabilité d'entrée en jeu de la cause : Est recevra RV2, 5 fois sur 100. On oublie de tenir compte de la probabilité que, la cause étant entrée en jeu, c'est-à-dire Est ayant reçu RV2, Est et Ouest jouent tous deux comme ils l'ont fait. Voici maintenant le raisonnement correct qui consiste à appliquer la formule de Bayes…» Et Borel nous explique que si Est a RV2 la probabilité pour qu'il joue le 2 est 1, tandis que la probabilité pour qu'Ouest joue le 3 est 1/3 puisqu'il a 3 petites cartes.
Si on passe en revue de la même façon les 6 mains possibles pour Est et qu'on s'intéresse à toutes les possibilités de fournitures, on verra que sur les cas où le 2 et le 3 sont fournis, la fréquence de RV en Est sera 1/5 soit **20%** c'est-à-dire exactement ce qu'elle était au début du coup.
Détail du calcul :

EST	OUEST	P(main)	P(2,3 fournis)	P(main ET 2,3 fournis)	TOTAL
245	3RV	1/6	1/3	1/18	4/18
24V	35R	1/6	1/4	1/24	
24R	35V	1/6	1/4	1/24	
25V	34R	1/6	1/4	1/24	
25R	34V	1/6	1/4	1/24	
2**RV**	345	1/6	1/3	1/18	1/18

Au total probabilité d'avoir une des mains possibles et de fournir le 2 en Est et le 3 en Ouest = 5/18
Probabilité d'avoir RV en Est quand le 2 et le 3 sont fournis par les mains de l'exemple = 1/18 divisé par 5/18 = 1 / 5 = **20%**
Bien sûr pour que ces chiffres soient valables, il faut que d'autres cartes soient fournies avec les mains possibles, par exemple avec 245 pour 3RV, le 5 et le 3 peuvent être fournis. Mais ces cas sont négligés. Nous ne nous intéressons qu'aux cas où comme dans notre problème, le 2 et le 3 ont été fournis.

Cas 2

Est et Ouest jouent leur plus basse carte.
Borel étudie les cas les plus intéressants et nous donne les probabilités suivantes :

Carte jouée par ….		**RV en E**	**R en E**	**V en E**	
Est	**Ouest**		**V en O**	**R en O**	**RV en O**
2	3	16,7%	33,3%	33,3%	16,7%
2	4	0	33,3%	33,3%	33,3%
2	5	0	0	0	100%

Cette fois, la hauteur de la carte jouée par Ouest nous permet de situer de 0 à 2 cartes en Est et en reconstituant **les mains possibles**, on trouve les résultats donnés par Borel.
Par exemple, si Ouest fournit le 5, comme il n'a pas de carte plus petite, on est certain que ce 5 provient de RV5. Quand le 2 et le 3 sont fournis on retrouve les probabilités basées sur les mains possibles.

Cas 3

Si les plus basses cartes se suivent, on fournit au hasard, sinon, on fournit la plus petite. Borel détaille les cas suivants :

Carte jouée par ….		**RV en E**	**R en E**	**V en E**	
Est	**Ouest**		**V en O**	**R en O**	**RV en O**
2	3	7,7%	34,6%	34,6%	23,1%
2	4	14,3%	32,1%	32,1%	21,4%
2	5	28,6%	21,4%	21,4%	28,6%
3	4	0%	25%	25%	50%
3	5	0%	30%	30%	40%
4	5	0%	0%	0%	100%

On voit que Borel calcule une probabilité différente selon la stratégie de fourniture des joueurs.

Si nous jouions au bridge cela ne nous serait pas d'une grande utilité, mais plus loin dans son ouvrage dans un exemple qui ressemble à notre donne où le valet apparait qui peut provenir de V sec ou DV secs. Il écrit :
"Est a jeté le V sur l'as et il ne reste donc que 2 cas possibles (DV secs et V sec), Est a le V sec (11 fois a priori) et Est a DV secs (12 fois a priori). La probabilité qu'Est reçoive le V sec est 11/23 et, s'il l'a reçu, il est certain qu'il le jouera sur l'as: la probabilité composée pour que Est reçoive le V et le joue est donc 11/23 x 1 = 11/23.
La probabilité pour que Est reçoive DV secs est 12/23 et, s'il les a reçus, il ne jouera qu'une fois sur deux le V sur l'as (une fois sur deux il jouera la D sur l'as); la probabilité composée pour que Est reçoive DV secs et joue le V est donc
12/23 x 1/2 = 6/23.
Appliquons la formule de Bayes pour calculer la probabilité a posteriori (celle qui tient compte de tout, de la probabilité d'entrée en jeu des causes et de la probabilité qu'Est joue comme il a joué s'il a reçu DV secs). Est aura V sec avec la probabilité :(11/23)/(11/23 + 6/23) = 11/17
Et de même, Est aura DV secs avec la probabilité 6/17".

Les chiffres 11, 11, 22 sont proportionnels aux nombres de mains initialement possibles avec D sèche, V sec, DV secs, ces nombres étant calculés à l'aide des dénombrements classiques.

On voit dans cet exemple, qui illustre parfaitement la théorie du moindre choix, que Borel néglige la restriction précédente qui, selon sa propre vision, lie le calcul de la probabilité au mode de fourniture du joueur et il considère de façon péremptoire qu'avec DV secs le joueur fournit le V une fois sur 2 , ce qui ne repose sur aucune connaissance ni aucune logique, même si on fait un amalgame entre ce joueur et un joueur universel qui se comporterait en moyenne comme la moyenne des joueurs de l'univers. Car on ignore si dans l'univers il n'y a pas par exemple 50% des joueurs qui fournissent toujours le V avec DV, 30% des joueurs qui fournissent le V une fois sur 2 et 20% qui fournissent toujours la D.
Si c'était le cas, le V proviendrait de DV dans (un peu plus de) 40% des donnes où le V serait fourni et de V sec dans (un peu moins de) 60% des donnes alors que dans l'univers de Borel il provient de DV dans à peine 33% des donnes où le V est fourni.
Donc, si nous devions formuler une première critique ce serait la suivante :
1. Considérer qu'un joueur fournit le V une fois sur deux avec DV est un mythe qui ne repose sur aucune certitude mathématique.

Une critique qui à elle seule devrait suffire à saper la crédibilité du moindre choix mais ne nous arrêtons pas en si bon chemin. Car, en fait, un matheux devrait formuler beaucoup d'autres objections.

2. L'univers probabiliste est formé de ce qu'on appelle l'ensemble des évènements possibles et par définition la probabilité totale doit être 1. Or ici on a une probabilité de D en Nord et V fourni qui est égale à 6/23 et une probabilité de D en Sud et V fourni qui est égale à 11/23. Où sont passés les 6/23èmes de probabilité manquants ?
Ceux qui connaissent la loi de Bayes savent qu'il s'agit de la probabilité de VD en Nord et D fournie dont Borel tait benoîtement l'existence. Mais dans notre univers, qui est formé de toutes les mains possibles une fois qu'on a fourni le V en Nord est-ce qu'il est possible que la probabilité du V en Nord ne soit pas 1 ? Est-ce qu'il est possible que la D ait été fournie alors qu'elle est encore dans les cartes que l'on cherche à situer ? Tout cela n'était possible que dans l'univers **initial**.
Il n'existe aucun univers où, la D n'étant pas fournie, les probabilités sont celles qu'avance Borel.
Donc l'univers que nous propose le moindre choix est bancal. En fondant son calcul sur des évènements impossibles, il ne respecte pas les règles de l'axiomatique et l'axiomatique est faite pour définir ce qu'est la probabilité au sens mathématique.

3. Autre anomalie : Borel lui-même dit dans son bouquin
« Les déclarations, d'abord, l'entame et le jeu de la carte ensuite, nous fourniront des renseignements de plus en plus précis desquels nous tiendront compte en éliminant les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris ; mais qui avaient dû être envisagées comme possibles au début, dans les calculs faits avant la donne.»
Or les proportions de 11, 11, 12 sont celles qu'on calcule en début du coup, avant qu'aucune carte ne soit fournie. Et les probabilités de partage des piques évoluent en cours de donne. Elles ne sont pas les mêmes à la première, à la 5eme ou à la 9eme levée. Et la probabilité de situation de la ♠D évolue avec ces probabilités.
Pour démontrer l'évidence de cette assertion, il suffit de raisonner par l'absurde et de supposer qu'on procède à un jeu de coupe et qu'on ne donne le premier coup d'atout qu'à la 12eme levée. Si à ce stade les adversaires se partagent encore 4 piques, ils sont bien distribués 2-2 non ? Alors quelle est la probabilité de V sec ?
Pour donner un exemple, si on donne le premier coup d'atout à la 5eme levée alors qu'il reste en jeu 4 piques et 14 non-piques, la probabilité de V sec est passée à 21/340 et celle de DV secs à 24/340 (Proportion de 7 pour 8). Si on le donne à la 9eme levée, la probabilité de V sec est 45/756 et celle de DV secs 60/756. (De 11 pour 12 la proportion est passé à 9 pour 12).
Est-il encore judicieux de procéder au calcul à partir des probabilités initiales ?
Si on se situe à ce stade de la donne.

NORD	♣2	♣3	♣A	♦2	♠V
SUD	♣R	♣D	♣4	♦3	♠2

Il reste à NS 8 cartes dans chaque main, 16 cartes en tout formées de 2 piques (♠D3) et 14 non-piques.
On sait que le ♠3 est en Sud. La probabilité de V sec en Nord est 7/30 et la probabilité de DV secs en Nord est 8/30.
Mais comme avec DV on ne fournit le V qu'une fois sur 2, d'après le moindre choix la probabilité de V sec quand le V est fourni est 7/11 et en conséquence la probabilité de DV secs en Nord est 4/11.

4. Autre anomalie : Les probabilités calculées à l'aide du moindre choix sont incompatibles avec les probabilités calculées par les procédés classiques.

Par exemple dans notre situation où le ♠3 est connu en Sud

NORD	♣2	♣3	♣A	♦2	♠V				X				
SUD	♣R	♣D	♣4	♦3	♠2	♠3							

On peut calculer la probabilité de trouver en Nord le ♥4 ou n'importe lequel des 14 non-piques encore en lice par le procédé des places vacantes. On trouve que cette probabilité est égale à 8/15. Or cette probabilité est incompatible avec la probabilité de 4/11 pour ♠D en Nord telle qu'on vient de la calculer en appliquant le moindre choix.

En effet marquons d'une croix le dos de l'une des 8 cartes inconnues du jeu de Nord.

Si la probabilité de la ♠D en Nord est 4/11, la probabilité que la carte X soit cette dame est $\frac{4}{11} : 8 = \frac{1}{22}$.

Et la probabilité que la cartes X soit le ♥4 (ou n'importe quel non-pique) est $\frac{8}{15} : 8 = \frac{1}{15}$.

Donc la probabilité que cette carte soit la ♠D ou n'importe lequel des 14 non-piques non localisés est $\frac{1}{22} + \frac{14}{15}$ (différente de 1)

On en déduit que la carte X n'est pas forcément l'une des cartes encore non localisées ce qui visiblement est absurde.

5. Et enfin, dernière anomalie : D'habitude, quand on calcule la probabilité d'un évènement dans une donne, cela signifie que si on fait défiler l'ensemble des donnes possibles, (formées des mains compatibles avec notre donne) la fréquence de cet évènement sera égale à la probabilité calculée. Là ce n'est pas le cas. On calcule que la probabilité de DV secs est 6/17 alors qu'ils sont secs dans 12 donnes sur 23.

En effet, ce que fait Borel revient à considérer qu'on joue 23 donnes où un joueur a DV dans 12 donnes et V sec dans 11 donnes. Il ne comptabilise pas les donnes où la D serait fournie car comme il le dit lui-même :

« Les déclarations, d'abord, l'entame et le jeu de la carte ensuite, nous fourniront des renseignements de plus en plus précis desquels nous tiendront compte en éliminant les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris ; mais qui avaient dû être envisagées comme possibles au début, dans les calculs faits avant la donne.»

Et le jeu de la carte nous apprend que c'est le V qui a été fourni et pas la D qui aurait pu l'être au début de la donne.

Mais, nous dit-il, sur les donnes où le V est fourni il proviendra de V sec dans 11 donnes et de DV dans seulement 6 donnes. Donc quand le valet est fourni, on a intérêt à considérer qu'il provient de V sec et faire l'impasse.

En somme, quand vous avez joué ces 23 donnes, vous avez systématiquement fait l'impasse, gagné votre contrat dans les 11 donnes où le V était sec et perdu votre contrat dans les 12 donnes où il était accompagné de la dame.

Jusque là je pensais que les probabilités permettaient de gagner un contrat plus souvent qu'on ne le chutait. Me faut-il reconsidérer ce point de vue ? Ou abandonner ces probabilités de merde que me soufflent le moindre choix ?

****

Nous allons voir, en fait que ce que calcule le moindre choix, ce n'est pas une probabilité mais une fréquence **initiale** et c'est de la subtile différence entre ces deux notions, souvent amalgamées et quelquefois à tort, que naît le quiproquo.

En effet la notions de fréquence recouvre des réalités très différentes :

● Il peut s'agir de la proportion d'éléments possédant une caractéristique donnée dans une population figée (par exemple la proportion de mains qui attribuent 3 trèfles à Nord, la proportion de personnes qui touchent plus de 2000€ par mois, …).

Dans ce cas, l'amalgame entre fréquence et probabilité de la caractéristique est parfaitement justifié.

● Il peut s'agir de la fréquence avec laquelle une expérience répétitive provoque un évènement parmi n incompatibles deux à deux (par exemple la fréquence avec laquelle on fournit une carte plutôt qu'une autre, la fréquence avec laquelle on ouvre une porte plutôt qu'une autre, la fréquence avec laquelle on se lève du pied gauche plutôt que du pied droit,…). Et dans ce cas, il est abusif de chercher à évaluer, à partir d'un évènement la probabilité des causes tout simplement parce qu'un univers dans lequel se produiraient simultanément 2 évènements incompatibles n'existe pas. Ce qui signifie que la fréquence calculée par ce procédé ne peut être assimilée à une probabilité des causes. Donnons des exemples.

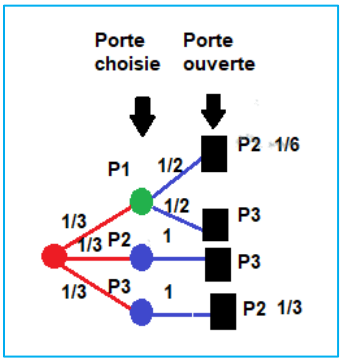
■ Supposons 2 usines A et B fabriquant chacune des aspirateurs à parts égales. 2% des aspirateurs provenant de l'usine A et 4% de ceux qui proviennent de l'usine B ont un défaut de fabrication. Pour trouver la probabilité qu'un aspirateur ayant un défaut provienne de l'usine B, il est parfaitement légitime d'employer la loi de BAYES. Dans notre univers qui est l'ensemble des aspirateurs de la marque on trouve simultanément tous les évènements possibles et leurs proportions sont parfaitement quantifiés. L'univers est composé à 49% (usine A) et à 48% (usine B) de bons aspirateurs et à 2% (usine B) et 1%(usine A) de défectueux. Pour répondre à notre question il suffit de diviser pourcentage de mauvais aspirateurs provenant de B par le pourcentage total de mauvais aspirateurs et on trouve que la probabilité pour que notre aspirateur provienne de B est 66%.

■ Prenons maintenant le paradoxe de Monty Hall (du nom du présentateur d'un jeu télévisé) qui est ce qui se fait de pire en matière de probabilités bidons et qui pourtant ne manque pas de laudateurs sur le web.

3 portes fermées. Un trésor est caché derrière l'une des 3 portes. Le joueur choisit une porte (P1). Le meneur de jeu en ouvre une autre (P2) qui ne révèle aucun trésor et demande au joueur s'il veut garder sa porte ou en changer pour P3.

Un raisonnement de même type que celui du moindre choix prétend démontrer qu'il vaut mieux changer de porte parce que si on a choisi la bonne porte, le meneur de jeu avait le choix d'ouvrir P3 ou P2. Donc la probabilité de P1 bonne et P2 ouverte est $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$. Tandis que si P1 est une mauvaise porte le meneur de jeu était obligé d'ouvrir la seule porte qui ne cachait pas le trésor et donc la probabilité de P1 mauvaise et P2 ouverte est $\frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3}$.

Donc P1 mauvaise est plus probable que P1 bonne. Et si le joueur comme le bridgeur juge de ses chances en se situant dans un flot d'expériences et fait un amalgame entre fréquence initiale et probabilité, il va changer de porte.



D'autres raisonnent en se voyant jouer souvent à ce jeu et en se disant que 2 fois sur 3 on a choisi la mauvaise porte et que donc on a intérêt à changer 2 fois sur 3. Typique d'une vision en fréquence, basée sur la situation initiale, des probabilités.
D'autres utilisent la loi de Bayes et en se basant sur le diagramme ci-contre trouvent aussi qu'on a intérêt à changer de porte 2 fois sur 3. Mais ce diagramme ne reflète-t-il pas la situation telle qu'elle était à l'instant initial ?
Le problème est que $\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3}$ ne peuvent en aucun cas prétendre au statut de probabilité au moment où l'on sollicite le joueur, car à ce moment-là, il a besoin de définir l'univers dans lequel il va mesurer sa probabilité et dans cet univers on n'ouvre pas les portes.
La probabilité de P2 ouverte est 1, la probabilité de P1 ouverte ou de P3 ouverte est 0.
Et la somme des probabilités des évènements P2 ouverte et P1 bonne et P2 ouverte et P1 mauvaise doit être 1. Pas 5/6 ou 1/2.
Le joueur connaît le principe qui consiste à appliquer la loi de Bayes à un processus qui répété dans le temps donne lieu à plusieurs éventualités mutuellement exclusives mais il sait que ce processus est impropre à calculer une autre probabilité que la probabilité initiale, puisque pour imaginer qu'on pouvait ouvrir une autre porte que P2, il fallait se situer au début de l'expérience, au moment où aucune porte n'avait été ouverte et où en ouvrir une plutôt qu'une autre était un évènement possible. Or que la probabilité de choisir initialement la bonne porte était 1/3, ça le joueur le savait déjà. Il n'avait pas besoin de faire des calculs compliqués ou des simulations informatiques pour le prouver.
En outre que devient la loi de Bayes si le meneur de jeu a choisi d'ouvrir toujours la porte P3 quand elle est libre. Dans ce cas, quand il ouvre P2, on est sûr que P3 est la bonne porte.
Le joueur se dit aussi "si dans l'univers initial les 3 portes étant fermées la probabilité que j'ai choisi la bonne porte était 1/3, il n'est pas possible qu'après que l'ouverture de P2 ait exclu un évènement de l'univers la probabilité que P1 soit la bonne porte soit toujours 1/3".
Vous en pensez-quoi, vous ?
Et puis brusquement le joueur réalise la supercherie. "Attendez ! Dans l'axiomatique il est dit que les probabilités s'appliquent exclusivement à des **expériences aléatoires**. Est-ce qu'on peut considérer qu'une expérience où intervient un gugusse qui sait où se trouve le trésor, qui ouvre les portes en fonction de ce fait et selon une stratégie ignorée quand il a le choix, **est-ce qu'on peut considérer que cette expérience est une expérience aléatoire ?**"
Et si ce n'est pas une expérience aléatoire pourquoi est-ce qu'on s'emmerde à calculer des probabilités ?
Et c'est là que le joueur fit avaler son micro à Monty Hall et sortit du studio pour appeler un taxi.

Conclusion

Je sais combien il peut paraître prétentieux de contredire un géant des mathématiques comme Emile Borel ou d'autres grands noms qui ont cautionné l'utilisation de la loi de Bayes sur des univers d'épreuves répétitives dans le temps et donnant lieu à des évènements simultanément incompatibles.
Seulement voilà. Les mathématiques se moquent de la gloire et des lauriers. Ce sont elles qui décideront si le frétillement agacé de mon instinct de matheux à la lecture de ces théories justifiait mon impertinence ou si j'aurais mieux fait de fermer ma gueule.
Et après tout, si Borel a accepté d'être ministre de la marine alors qu'il est né à Saint-Affrique dans l'Aveyron et a vécu à Paris pendant la quasi-totalité de son existence j'ai bien le droit de penser qu'il a pu commettre d'autres erreurs dans sa vie.

J'ai juste la faiblesse de croire qu'on ne peut pas calculer une probabilité à l'instant t en prenant en compte des évènements qui n'étaient possibles qu'à l'instant t–1. J'ai bien conscience que les évènements de l'instant t–1 déterminent la fréquence avec laquelle les évènements de l'instant t vont se produire mais cette fréquence ne constitue en aucune façon une probabilité à l'instant t. Pas plus que la probabilité initiale de partage des piques n'a de réalité quand Nord fourni le V sur le roi. Pas plus que la probabilité que le trésor soit derrière la porte P2 n'a de réalité quand on a ouvert cette porte. C'est d'ailleurs ce que dit Borel lui-même quand il nous explique que pour calculer une probabilité on doit se hâter d'oublier les conditions initiales et éliminer **les hypothèses incompatibles avec ce que nous avons appris ; mais qui avaient dû être envisagées comme possibles au début, dans les calculs faits avant la donne.** Comprenez la fourniture d'une carte qui n'a pas été fournie ou l'ouverture d'une porte qui n'a pas été ouverte.
Par ailleurs si la probabilité exige que les évènements et l'univers soient mesurables au sens mathématique. Je veux bien admettre que les ensembles d'épreuves (l'ensemble des donnes où le valet est fourni, l'ensemble des émissions de Monty Hall) soient mesurables grâce aux fréquences avec lesquelles les évènements possibles se produisent mais alors que devient cette mesure quand on procède à une épreuve unique et à une seule, comme c'est le cas dans nos problèmes ?
Observez que cette objection n'a pas cours quand on procède à un tirage unique dans un ensemble d'aspirateurs fonctionnels ou défectueux ou qu'on tire un élément malade au hasard dans une population formée d'éléments malades et d'éléments sains et qu'on se demande quelle est la probabilité pour qu'il soit vacciné. Même dans une épreuve unique, les sous ensemble de ces univers sont mesurables et ce sont leurs effectifs respectifs qui en constituent la mesure.
En matière de bridge on a choisi au hasard une donne unique parmi les milliards de donnes possibles, et pourvu que les adversaires respectent les règles qui servent leurs intérêts, qu'ils puissent choisir une carte plutôt qu'une autre parmi plusieurs cartes équivalentes ne peut avoir une influence sur l'équiprobabilité des cartes qu'ils ont en main.

J'ai essayé de vous faire percevoir l'énorme différence qu'il y a entre employer la loi de Bayes dans une population figée dont les évènements sont des sous-ensembles existant simultanément et l'employer dans une série d'épreuves se succédant dans le temps et dont les résultats sont 2 à 2 incompatibles.
Ici je n'ai fait qu'utiliser les principes de l'axiomatique pour illustrer la pertinence de mes doutes. Si j'ai commis des erreurs nul besoin d'invoquer l'invective et les imprécations, ces mêmes principes suffiront à le démontrer.